



Análise da propagação acústica em águas profundas via teorias de perturbação na forma e invariantes adiabáticos para o perfil canônico de Munk

Luiz Gallisa Guimarães, Inst. de Física-UFRJ, Carlos Eduardo Parente Ribeiro, PENO-COPPE/UFRJ.

Copyright 2008, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

Este trabalho baseia-se no estudo da propagação sonora em águas oceânicas profundas. Mais especificamente refere-se, ao problema da obtenção e do cálculo do espectro discreto relativo ao perfil canônico de velocidade sonora de Munk. Para tanto, desenvolvemos duas análises perturbativas distintas, uma baseada na teoria de perturbação na forma e outra na teoria de invariantes adiabáticos. Estas análises mostraram que é possível se obter em vários regimes fórmulas explícitas bem como acuradas para tal problema. Acreditamos que estes resultados são úteis na sondagem sísmica em águas profundas do atlântico sul, principalmente no que se refere à possibilidade de um cálculo acurado do coeficiente de reflexão da onda P na interface oceano-rocha.

Introdução

Nos últimos anos, principalmente no caso brasileiro, a sondagem sísmica de hidrocarbonetos offshore em águas profundas à ultra profundas ganhou renovado interesse. Entretanto, nestes casos a espessura da lâmina de água tem em média dimensões de 800m ou até superiores a 1500m. Certamente, neste tipo de cenário não se pode mais considerar a velocidade de propagação do som no oceano como constante. Desta forma, para se descrever corretamente a propagação acústica em oceanos profundos, é necessário se utilizar na equação de onda perfis de velocidade do som que variam com a profundidade. Estes modelos acústicos para águas profundas são baseados no modelo de Munk [1,2,3]. Infelizmente, a equação da onda para o perfil de velocidade de Munk não é exatamente solúvel e várias técnicas perturbativas e numéricas foram desenvolvidas para abordar as possíveis soluções desse problema fundamental de propagação sonora em águas profundas [2]. Por outro lado, motivados pelo sucesso da aplicação da teoria de invariantes adiabáticos a vários problemas de propagação acústica [3], resolvemos também estudar o problema do perfil canônico de Munk sob à luz desta teoria. Desta forma, pretendemos com esse trabalho mostrar alguns de nossos resultados alcançados até o momento. Para tanto, organizamos este trabalho da seguinte maneira: Na próxima seção faremos uma rápida revisão de alguns fundamentos de acústica bem como,

apresentaremos os métodos aqui desenvolvidos para o estudo do perfil canônico de Munk para a velocidade do som em águas profundas. Por fim, apresentaremos nossos resultados numéricos e conclusões.

Propagação acústica para o perfil de Munk

O comportamento da velocidade do som no oceano depende de vários fatores e sua determinação com acurácia é uma tarefa extremamente complexa, pois tal velocidade é função da pressão, temperatura, densidade e salinidade [2,3]. Estes fatores variam não só geograficamente como sazonalmente tornando tal estudo uma tentativa de modelagem “quase local” dos mesmos. Entretanto, como em média a maior variação destes fatores ocorre com a variação da profundidade oceânica, tem-se que a magnitude da velocidade do som é também uma função da profundidade. Além disso, o som é uma onda e dependendo de como o perfil de velocidade varia com a profundidade, alguns efeitos ondulatórios relacionados ao transporte de energia e momentum podem se manifestar. Por exemplo, pode haver o aparecimento de regiões de grandes gradientes de pressão (cáusticas sonoras), difração e espalhamento por obstáculos (mudanças abruptas do fundo marinho, massas d’águas transientes etc...) bem como o surgimento de regiões e direções de “fácil” propagação, nas quais a energia é preferencialmente transportada. Estes últimos são chamados de guias de onda e serão o principal objeto de estudo deste trabalho, em especial, o guia de onda associado ao perfil de Munk em águas profundas. Os parâmetros que definem o perfil de Munk são funções da temperatura e da salinidade das diferentes “camadas” do oceano [1]. Por outro lado, é bem sabido que para fluidos com densidade constante ou constante por partes, os campos de pressão e de deslocamento que evoluem harmonicamente com o tempo ($e^{-i\omega t}$) satisfazem nestes meios à equação de Helmholtz [2,3,4]: Devido à simetria do problema, vamos admitir aqui um sistema de coordenadas cilíndrico (r, ϕ, z) , onde superfície e profundidade do oceano são respectivamente caracterizadas pelo plano $z = 0$ e direção positiva de z . Sendo assim, se c depende apenas da profundidade z e propondo que o campo Φ possua simetria azimutal, então as soluções finitas em $r = 0$ para o campo sonoro possuem a forma da transformada de Sommerfeld-Bessel a seguir,

$$\Phi(\mathbf{r}) \equiv \int_0^{\infty} dk J_0(kr) \Psi(k; z)$$

Onde o número de onda radial k é a constante de separação, J_0 é a função cilíndrica de Bessel de ordem zero e Ψ varia com a profundidade segundo à seguinte equação de onda:

$$\frac{d^2 \Psi}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c(z)^2} - k^2 \right) \Psi = 0. \quad (1)$$

Por outro lado, aplicando o teorema de Cauchy para o cálculo de integrais, podemos separar de uma forma clara as contribuições dos espectros discreto e contínuo deste tipo de problema, a saber:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}) &\equiv \int_0^{\infty} dk J_0(kr) \Psi(k; z) \\ &= \underbrace{2\pi i \sum_n \text{Res}}_{\text{Espectro Discreto}} + \underbrace{\int_{\Gamma \in C} dk J_0(kr) \Psi(k; z)}_{\text{Espectro Contínuo}} \end{aligned}$$

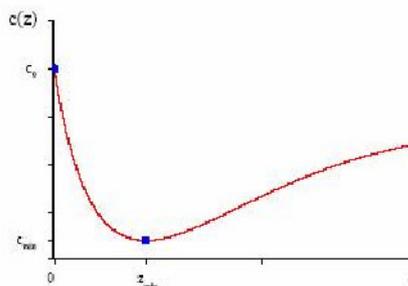
Na expressão acima, o espectro discreto está associado aos polos do integrando no espaço dos números de onda radiais k e suas contribuições são levadas em conta na série de resíduos acima. Entretanto, no caso do espectro contínuo, as suas contribuições e efeitos (difração, traçado de raios, etc...) estão representadas na integral ao longo do caminho Γ no plano complexo C dos números de onda k . Neste trabalho, como veremos a seguir, vamos estudar apenas os termos referentes ao espectro discreto do problema de Munk.

Em geral, como mostra a fig(1) para o caso de guias acústicos em águas profundas, $c(z)$ é uma função que apresenta um valor de velocidade mínimo c_{\min} para uma dada profundidade finita z_{\min} . Aqui vamos estudar especificamente a situação na qual o comportamento de $c(z)$ é governado pelo perfil de Munk[2], a saber:

$$c(z) = c_{\min} \left[1 + \varepsilon \left(2 \frac{z-z}{L} - 1 + e^{\left(-\frac{z-z_{\min}}{L} \right)} \right) \right]. \quad (2)$$

Onde em (2) os parâmetros c_{\min} , ε e L são ajustados a um dado perfil de oceano específico.

VELOCIDADE DO SOM EM ÁGUAS PROFUNDAS



Fig(1): mostra que $c(z)$ apresenta um valor mínimo c_{\min} em $z = z_{\min}$.

Infelizmente, não é possível se obter uma solução explícita da eq(1) para o perfil de velocidade(2). Pode-se tentar resolver numericamente a eq(1), mas isto não é uma tarefa fácil e nem sempre seus resultados são satisfatórios [2]. Neste trabalho vamos tentar contornar um pouco isso resolvendo o problema acima utilizando a técnica desenvolvida por F. W. J. Olver, baseada na teoria de invariantes adiabáticos para solução de equações diferenciais ordinárias [3]. Esta técnica é um aprimoramento do método WKB [2,3], principalmente por suas soluções serem finitas nos pontos retorno clássicos z_1 e z_2 que são zeros da equação,

$$c(z_{1,2})k = \omega. \quad (3)$$

De tal forma que, por exemplo, uma possível solução de (1) na região $z_1 \leq z \leq z_{\min}$ é nesta teoria assintoticamente aproximada por:

$$\Psi(z) \approx \tilde{\Psi} Ai \left(z_1 + \left[\frac{3}{2\alpha_1} \int_{z_1}^z dz \sqrt{\frac{\omega^2}{c(z)^2} - k_n^2} \right]^{2/3} \right) \quad (4)$$

Onde Ai são as funções de Airy [2,3], $\tilde{\Psi}$ e α_1 são constantes, sendo que esta última depende fortemente do valor da velocidade nos pontos z_1 e z_2 . Além disso, a constante de separação $k \rightarrow k_n$ admite agora apenas valores discretos que satisfazem assintoticamente a seguinte regra de quantização de Bohr-Sommerfeld [2,3,4]:

$$\int_{z_1}^{z_2} dz \sqrt{\frac{\omega^2}{c(z)^2} - k_n^2} \approx \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi. \quad (5)$$

Por outro lado, segundo a teoria dos invariantes adiabáticos, o espectro discreto da teoria de Munk é solução da seguinte equação transcendental [4]:

$$\frac{2}{3}k_{\max}[z_2 - z_1] \approx \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi. \quad (6)$$

Onde, para uma dada frequência fixa ω , k_{\max} é o máximo valor do número de onda radial e o índice inteiro $n = 0, 1, \dots$ conta o número de nodos de Ψ entre os dois pontos de retorno. Deste modo, resolvendo-se simultaneamente as eqs (3), (5) e (6) para $k \rightarrow k_n$, a equação(4) representa o comportamento assintótico da solução de (1) no intervalo $z_1 \leq z \leq z_{\min}$ [3,4]. No caso da teoria de perturbação na forma o espectro discreto é dado pôr [4]:

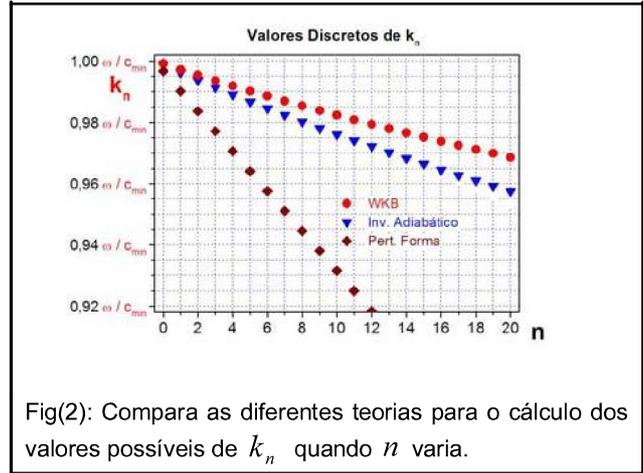
$$\Psi_n = U \left(- \left[+ \right] - \right) \quad (7)$$

$$k \rightarrow k_n = \frac{\omega}{c_{\min}} - \frac{[2n+1]}{L} \sqrt{\varepsilon}$$

Sendo U as funções parabólicas cilíndricas de Weber. A seguir, passemos a exemplificar numericamente estes resultados.

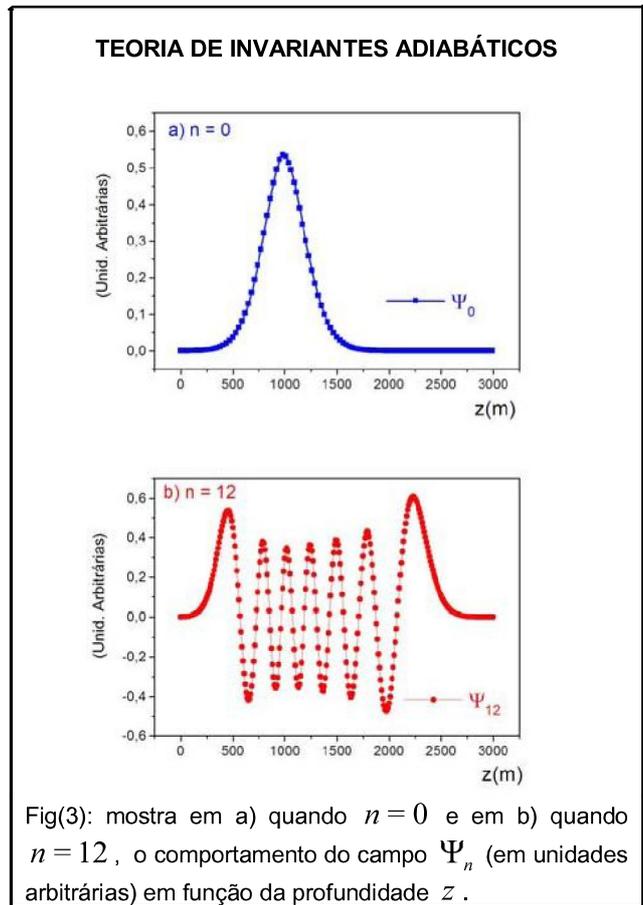
Resultados Numéricos

Neste trabalho admitimos que para um dado modelo de oceano, para uma profundidade z medida em metros, a velocidade do som (em metros por segundo) seja bem interpolada pelo perfil de Munk(2) e que seus parâmetros possam ter os seguintes valores, $\varepsilon \approx 7.4 \times 10^{-3}$, $c_0 \approx 1540 \text{ m/s}$, $c_{\min} \approx 1468 \text{ m/s}$, $z_{\min} \approx 884 \text{ m}$ e $L \approx 774 \text{ m}$. Desta forma, para uma frequência $\omega = 50 \text{ rad/s}$, a figura(2) mostra que apesar da teoria de perturbação na forma nos fornecer fórmulas explícitas simples para o espectro, seus resultados são acurados apenas para os valores iniciais de n . Entretanto, esta mesma figura sugere que as teorias WKB(5) e invariante adiabático(6) levam a resultados bastante semelhantes para k_n , isto ocorrendo mesmo para valores elevados de n . Na realidade, apesar de ser uma teoria assintótica, o método WKB fornece sempre valores acurados para k_n [2,3]. Entretanto, isto não é verdade para as auto-funções, pois na teoria WKB é divergente nos pontos de retorno clássicos [2,3].



Fig(2): Compara as diferentes teorias para o cálculo dos valores possíveis de k_n quando n varia.

Por outro lado, tais problemas de divergências podem ser superados pela teoria de invariantes adiabáticos, pois como mostra a figura(3) abaixo, para uma frequência $\omega = 50 \text{ rad/s}$, Ψ_n é finita para qualquer valor da profundidade z .



Fig(3): mostra em a) quando $n = 0$ e em b) quando $n = 12$, o comportamento do campo Ψ_n (em unidades arbitrárias) em função da profundidade z .

Conclusões e Perspectivas Futuras

Mostramos aqui que o método dos invariantes adiabáticos é uma ferramenta útil em acústica oceanográfica, principalmente no estudo de guias em águas profundas. Onde tal método aparece como uma alternativa estável para o cálculo de campos acústicos em meios inhomogêneos isotrópicos, uma vez que seus resultados são similares aos do método WKB e possuem a vantagem de suas representações para o campo acústico serem finitas para quaisquer valores da profundidade. No momento, estamos estendendo a presente teoria ao cálculo do coeficiente de reflexão da onda P na interface oceano-rocha sedimentar e esperamos em breve estarmos relatando nossos resultados.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio parcial a este projeto.

Referências

- [1] W H Munk, "Sound channel in an exponentially stratified ocean with application to SOFAR", J. Acoust. Soc. Am., **55**:220–226, 1974.
- [2] F B Jensen, W A Kuperman, M B Porter, and H Schmidt. *Computational Ocean Acoustics*, Springer, NY, 2000.
- [3] L M Brekhovskikh and Yu P Lysanov, *Fundamentals of Ocean Acoustics*, Springer, NY, 2001.
- [4] L G Guimarães, "Analysis of Munk waveguide normal modes based on the Rayleigh-Schrödinger perturbation and adiabatic invariant theories", Proceedings of the European Conference on Underwater Acoustics (ECUA - www.acoustics08-paris.org/ecua), Paris, 2008.